



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución 4.0



EJERCICIOS DE ALGORITMOS SOBRE GRAFOS (V 2.0)

Prof. José Fager
Montevideo agosto de 2020

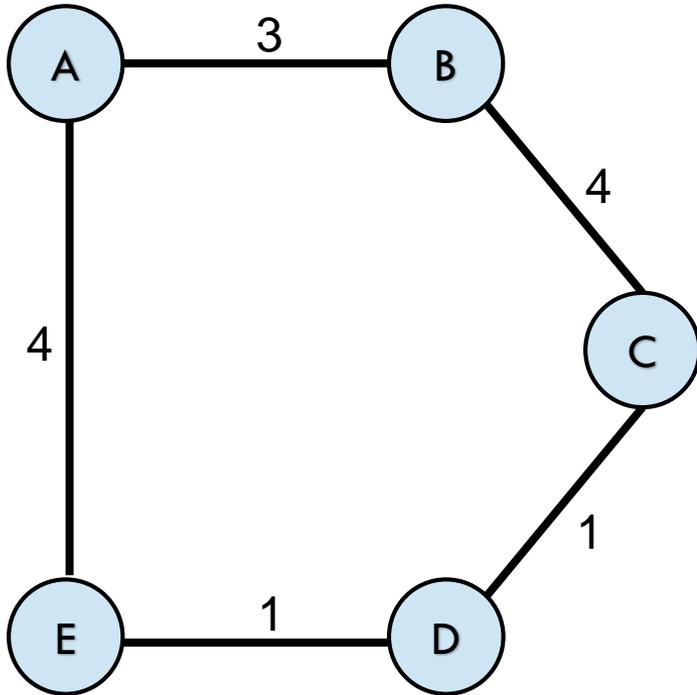
fic

IPAD I

A horizontal bar at the top of the page, divided into a red section on the left and a teal section on the right. The word "Ejercicios" is written in white text on the teal section.

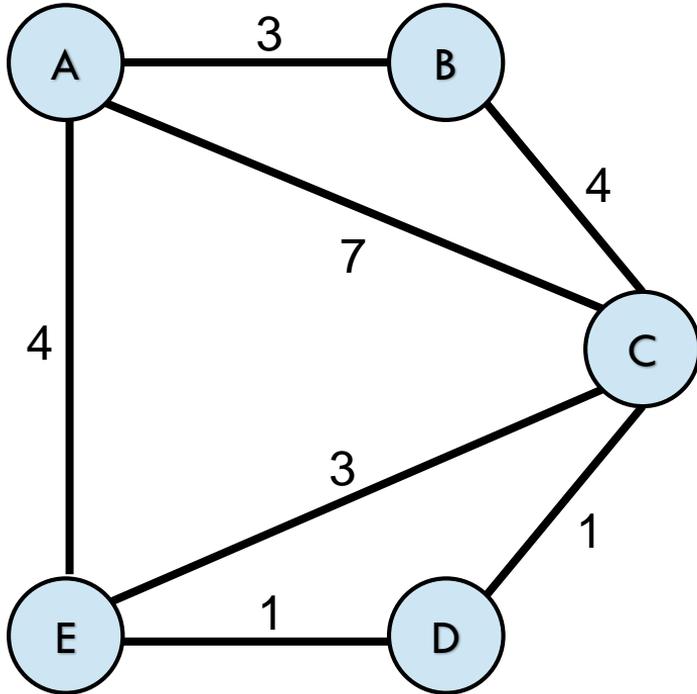
Ejercicios

Ejercicio 1



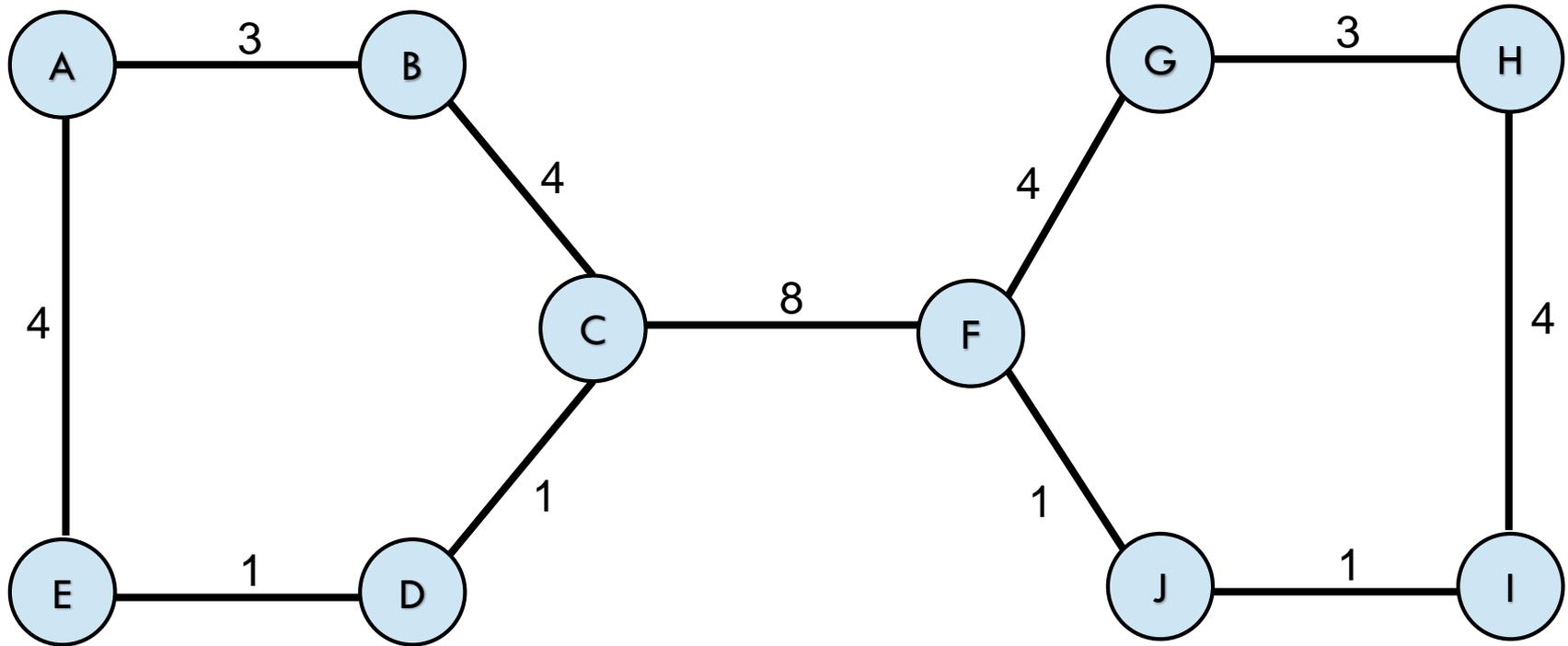
- Encontrar el camino más corto entre el vértice A y el C usando Dijkstra.
- Encontrar el camino más corto entre el vértice A y todos los demás vértices usando Dijkstra.
- Encontrar el “árbol recubridor de peso mínimo” (ARPM) del grafo aplicando Kruskal.
- ¿El grafo, tiene camino y/o ciclo euleriano?
En caso afirmativo mostrar y demostrar.

Ejercicio 2



- Encontrar el camino más corto entre el vértice A y el C usando Dijkstra.
- Encontrar el camino más corto entre el vértice A y todos los demás vértices usando Dijkstra.
- Encontrar el “árbol recubridor de peso mínimo” (ARPM) del grafo aplicando Kruskal.
- ¿El grafo, tiene camino y/o ciclo euleriano?
En caso afirmativo mostrar y demostrar.

Ejercicio 3

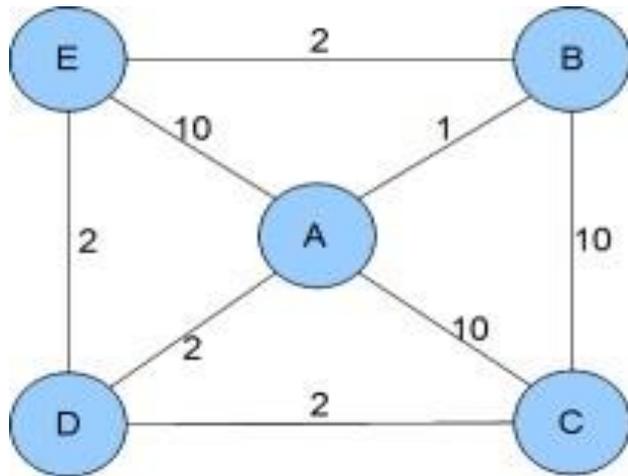


Ejercicio 3

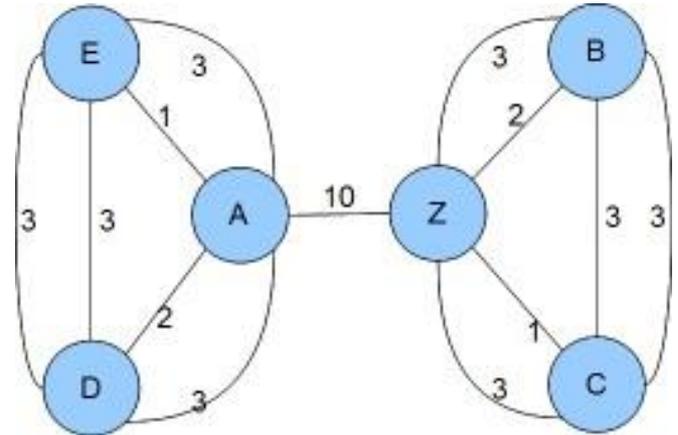
(La consigna a continuación se refiere al grafo que se puede ver en la anterior página)

- a. Encontrar el camino más corto entre el vértice A y el H usando Dijkstra.
- b. Encontrar el camino más corto entre el vértice A y todos los demás vértices usando Dijkstra.
- c. Encontrar el “árbol recubridor de peso mínimo” (ARPM) del grafo aplicando Kruskal.
- d. ¿El grafo, tiene camino y/o ciclo euleriano? En caso afirmativo mostrar y demostrar.

Ejercicio 4



Grafo 1



Grafo 2

Ejercicio 4

Indicar en
cada caso si
las
afirmaciones
son
verdaderas
o falsas.

a.

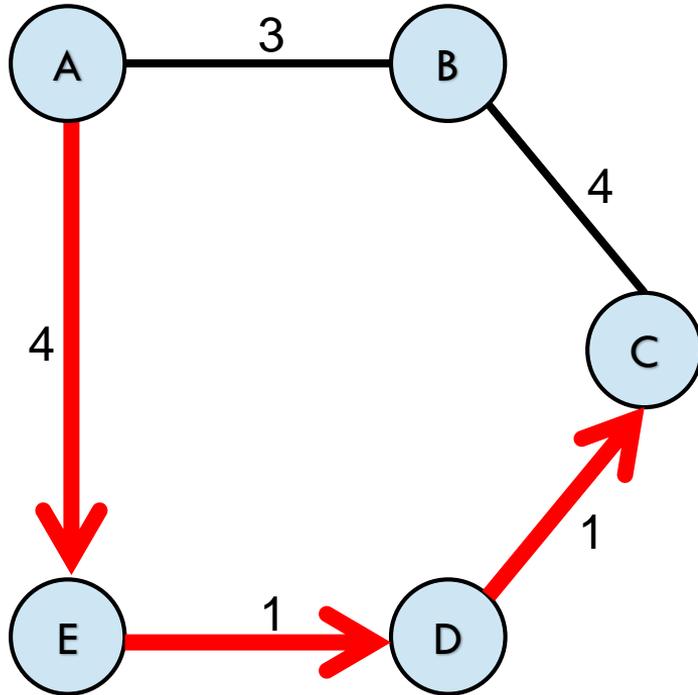
- i. El “Grafo 1” es imposible que tenga un ciclo o camino euleriano.
- ii. El “Grafo 1” tiene un camino euleriano pero no un ciclo euleriano.
- iii. El “Grafo 2” es imposible que tenga un ciclo o camino euleriano.
- iv. El “Grafo 2” tiene un camino euleriano pero no un ciclo euleriano.
- v. Si al “Grafo 1” se le saca la arista ED entonces tiene un ciclo euleriano.
- vi. Si al “Grafo 1” se le saca la arista ED entonces tiene un camino euleriano.

b.

- i. El “Grafo 1” tiene un ARPM con un peso igual a 7.
- ii. El “Grafo 1” tiene más de un ARPM.
- iii. El “Grafo 1” tiene más de un ARPM y todos pesan 7.
- iv. El “Grafo 1” tiene un ARPM de peso 7 y otros ARPM de mayor peso.

Solución del Ejercicio 1

Ejercicio 1.a

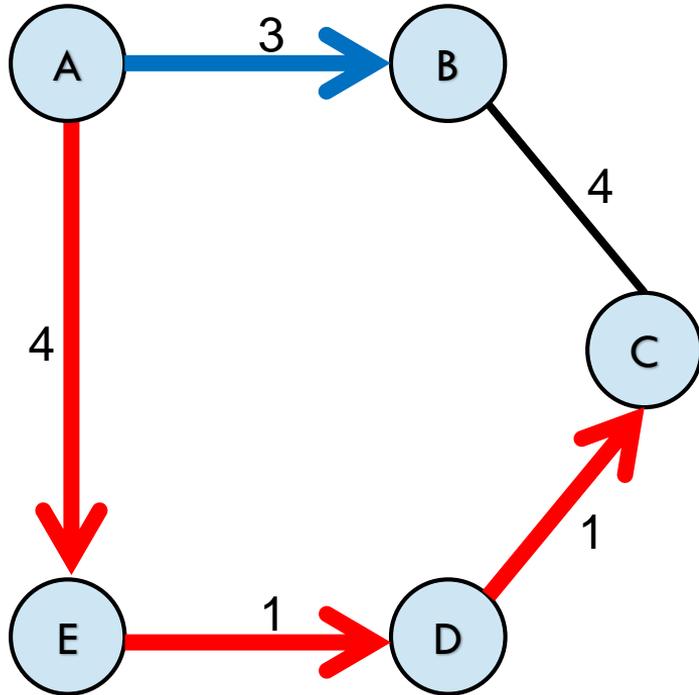


Se obtiene la tabla producto de aplicar el algoritmo de Dijkstra para el vértice A y luego se construye el camino más corto entre A y C.

A-C: A, E, D, C (6)

V _n	V _{n-1}	D
A	-	0
B	A	3
C	D	6
D	E	5
E	A	4

Ejercicio 1.b



Se obtiene la tabla producto de aplicar el algoritmo de Dijkstra para el vértice A y luego se construyen los caminos más cortos:

A-B: A, B (3)

A-C: A, E, D, C (6)

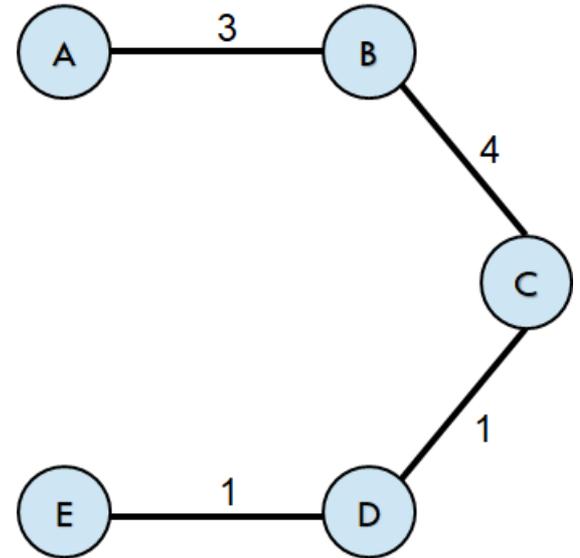
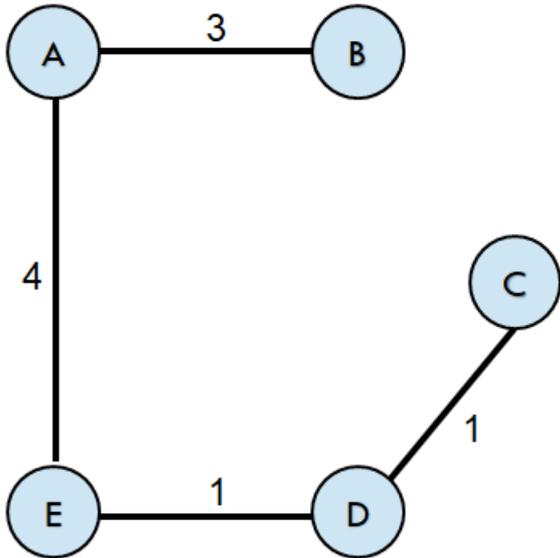
A-D: A, E, D (5)

A-E: A, E (4)

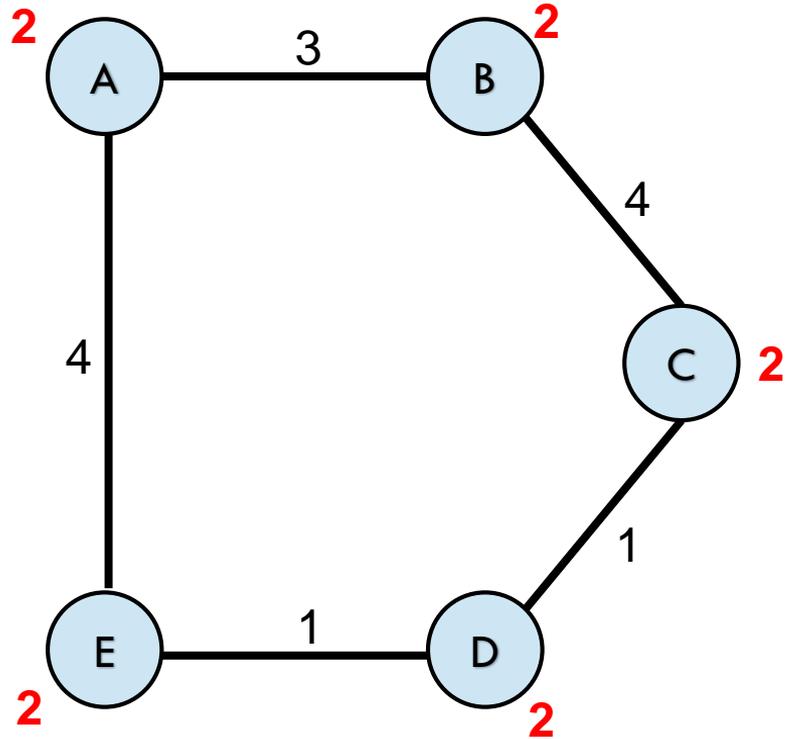
Vn	Vn-1	D
A	-	0
B	A	3
C	D	6
D	E	5
E	A	4

Ejercicio 1.c

Aplicando el algoritmo de Kruskal, se pueden llegar a los dos siguientes árboles recubridor de peso mínimo, cualquiera de los dos es un ARPM del grafo.



Ejercicio 1.d

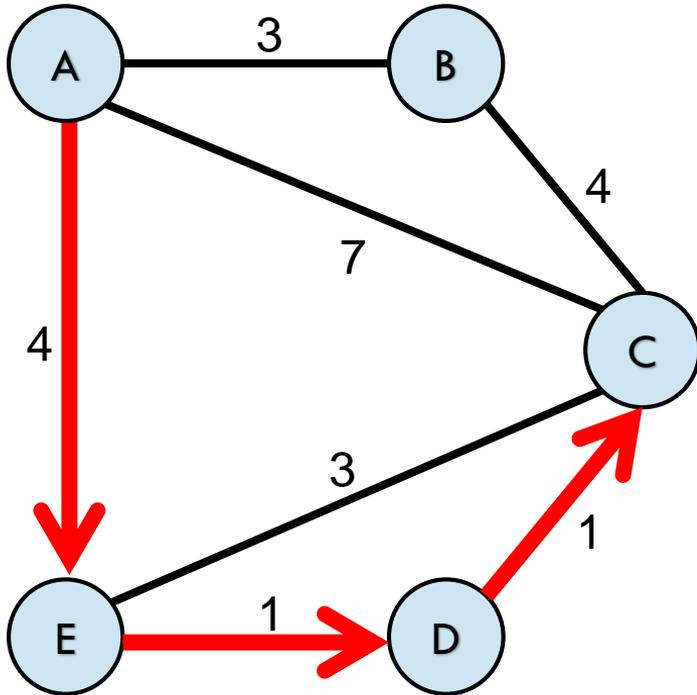


¿El grafo, tiene camino y/o ciclo euleriano? En caso afirmativo mostrar y demostrar.

1. Todos los nodos tienen grado par (ver imagen con los grados en rojo de cada nodo), por lo tanto tienen un ciclo Euleriano (ver teórico).
2. Si tiene un ciclo Euleriano entonces tiene un Camino Euleriano (ver teórico).

Solución del Ejercicio 2

Ejercicio 2.a

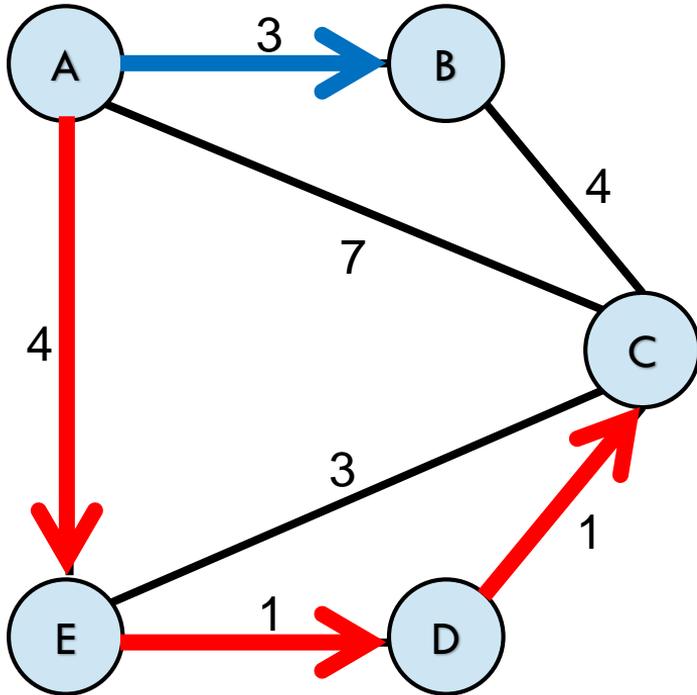


Se obtiene la tabla producto de aplicar el algoritmo de Dijkstra para el vértice A y luego se construye el camino más corto entre A y C.

A-C: A, E, D, C (6)

V _n	V _{n-1}	D
A	-	0
B	A	3
C	D	6
D	E	5
E	A	4

Ejercicio 2.b



Se obtiene la tabla producto de aplicar el algoritmo de Dijkstra para el vértice A y luego se construyen los caminos más cortos:

A-B: A, B (3)

A-C: A, E, D, C (6)

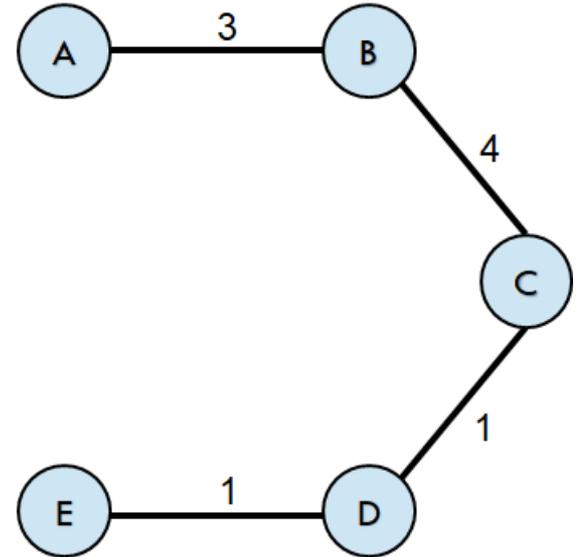
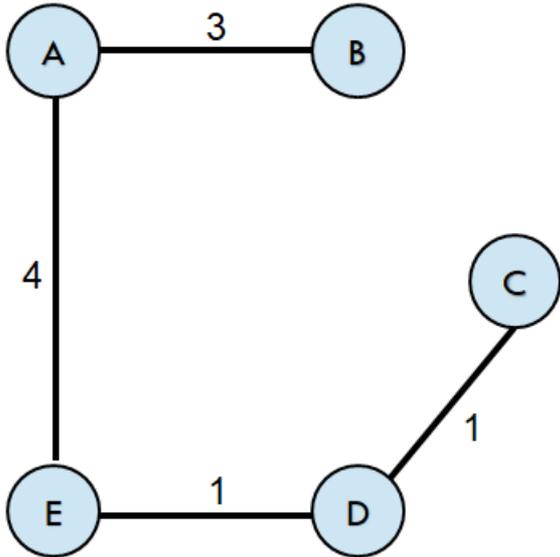
A-D: A, E, D (5)

A-E: A, E (4)

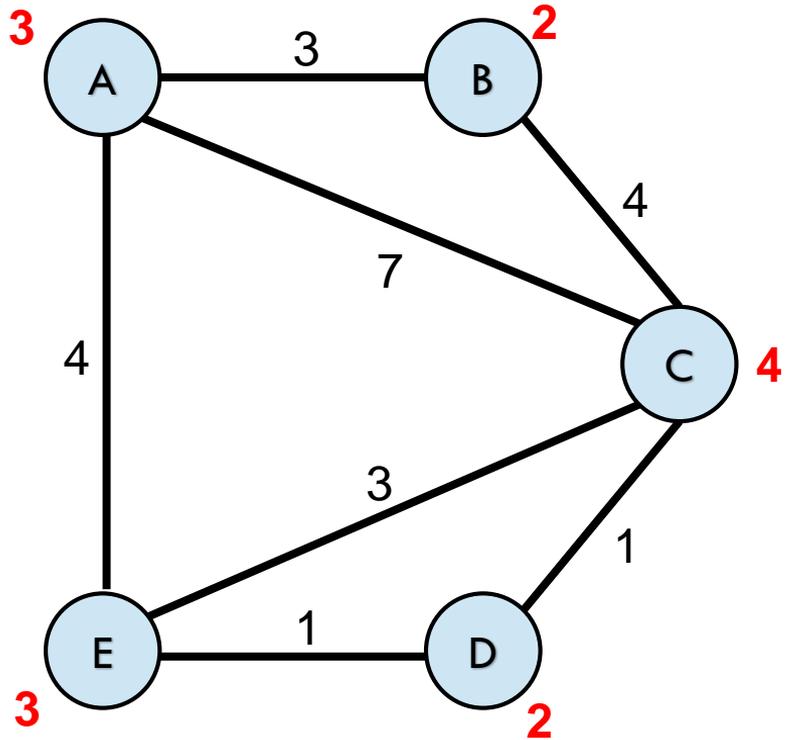
V _n	V _{n-1}	D
A	-	0
B	A	3
C	D	6
D	E	5
E	A	4

Ejercicio 2.c

Aplicando el algoritmo de Kruskal, se pueden llegar a los dos siguientes árboles recubridor de peso mínimo, cualquiera de los dos es un ARPM del grafo.



Ejercicio 2.d



¿El grafo, tiene camino y/o ciclo euleriano? En caso afirmativo mostrar y demostrar.

1. No todos los nodos tienen grado par (ver la imagen con los grados en rojo), por lo tanto no tienen un ciclo Euleriano. (ver teórico).
2. Tiene dos y solo dos nodos con grado impar entonces tiene un camino Euleriano (ver teórico).

Solución del Ejercicio 3

Ejercicio 3.a

Se obtiene la tabla producto de aplicar el algoritmo de Dijkstra para el vértice A. Luego se arma el camino AH con la información de la tabla (coloreado en rojo en la "Figura 1").

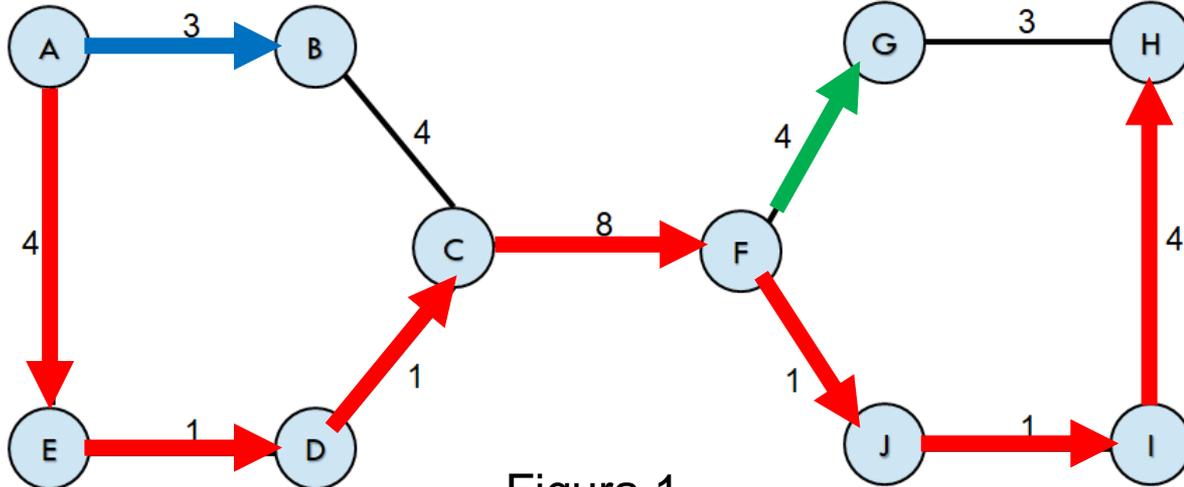


Figura 1

Vn	Vn-1	D
A	-	0
B	A	3
C	D	6
D	E	5
E	A	4
F	C	14
G	F	18
H	I	20
I	J	16
J	F	15

Ejercicio 3.b

Se obtiene la tabla producto de aplicar el algoritmo de Dijkstra para el vértice A. Luego se arman los caminos más cortos con la información de la tabla (ver la “Figura 1”).

A-B: A, B (3)

A-C: A, E, D, C (6)

A-D: A, E, D (5)

A-E: A, E (4)

A-F: A, E, D, C, F (14)

A-G: A, E, D, C, F, G (18)

A-H: A, E, D, C, F, J, I, H (20)

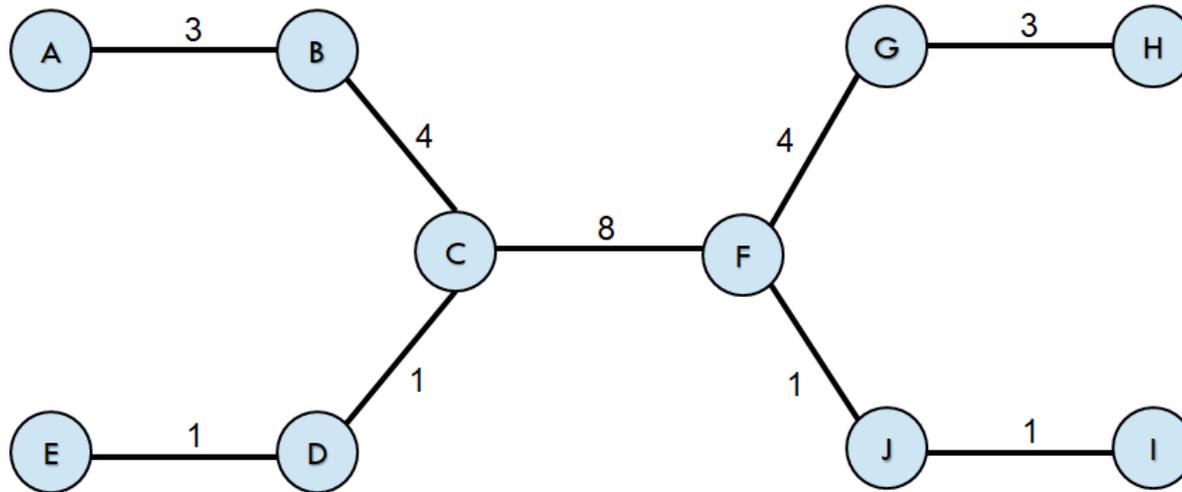
A-I: A, E, D, C, F, J, I (16)

A-J: A, E, D, C, F, J (15)

Vn	Vn-1	D
A	-	0
B	A	3
C	D	6
D	E	5
E	A	4
F	C	14
G	F	18
H	I	20
I	J	16
J	F	15

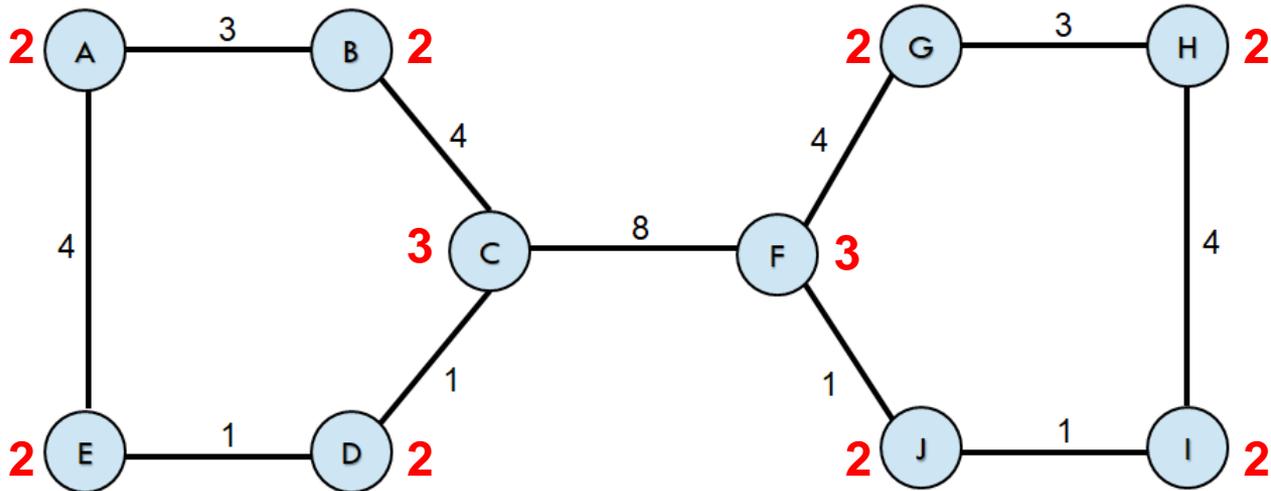
Ejercicio 3.c

Aplicando el algoritmo de Kruskal, se pueden llegar a varias soluciones, en todos los casos el peso del ARPM debe ser 26, el siguiente grafo es un posible ARPM:



Ejercicio 3.d

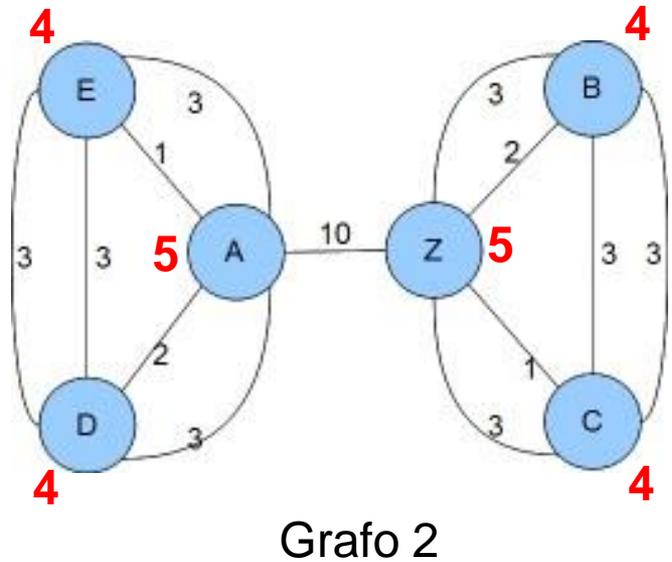
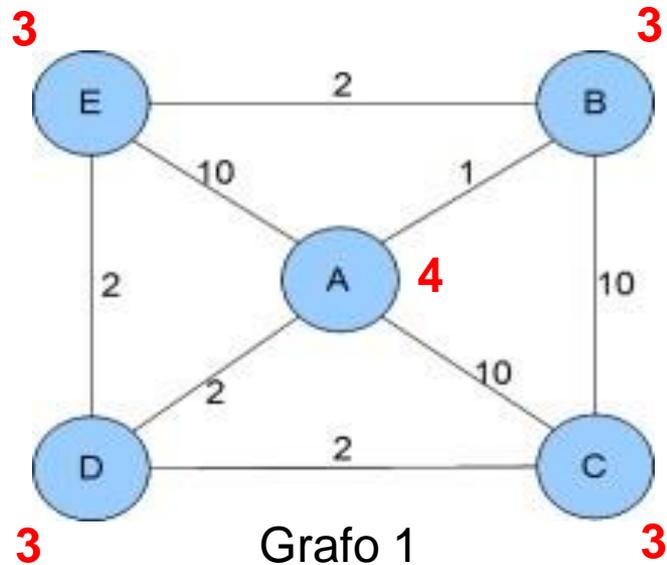
En color rojo se pueden ver los grados de entrada de cada nodo del grafo. Por tener dos y solo dos nodos con grado impares, entonces se puede afirmar que el grafo tiene un camino euleriano pero no un ciclo euleriano (ver teórico).



A horizontal decorative bar at the top of the slide, consisting of a red rectangular segment on the left and a teal rectangular segment on the right.

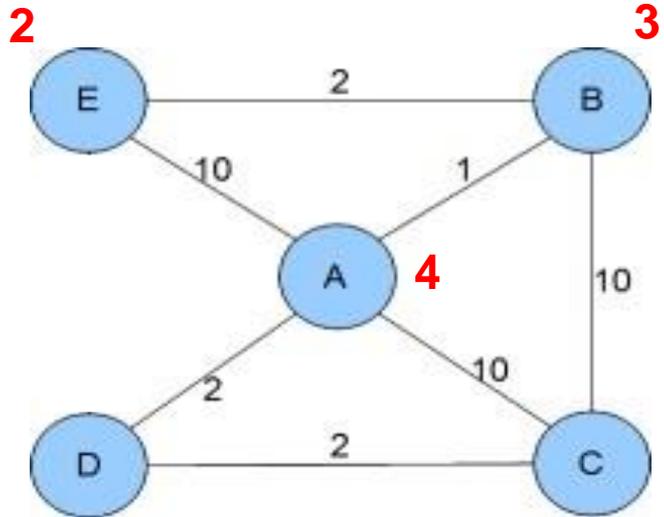
Solución del Ejercicio 4

Ejercicio 4.a



En las imágenes se marca en color rojo el grado de cada nodo.

Ejercicio 4.a



2 Figura 2: grafo 1 sin la arista ED 3

Como el “Grafo 1” no tiene todos los vértices de grado par, entonces no tiene un ciclo euleriano.

Como el “Grafo 1” no tiene dos y solo dos vértices de grado impar, entonces no tiene un camino euleriano.

Si al “Grafo 1” se le saca la arista “ED” entonces tiene dos y solo dos vértices con grado impar (ver “Figura 2”), por lo tanto tiene un camino euleriano pero no tiene un ciclo euleriano.

Ejercicio 4.a

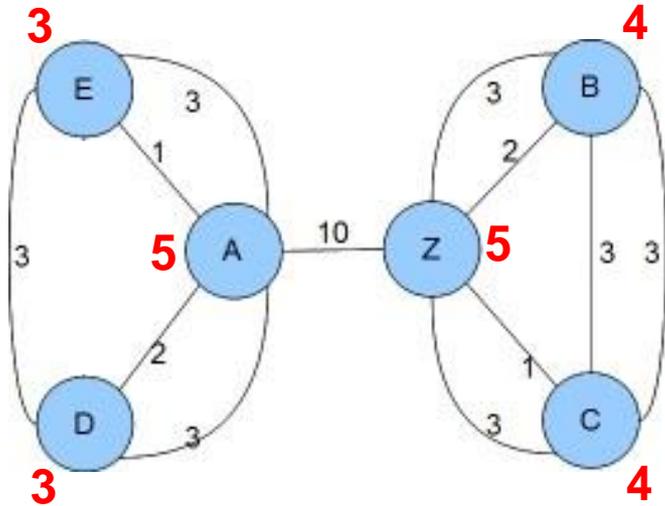


Figura 3: grafo 2 sin la arista ED

Como el “Grafo 2” no tiene todos los vértices de grado par, entonces no tiene un ciclo euleriano.

Como el “Grafo 2” tiene dos y solo dos vértices de grado impar, entonces tiene un camino euleriano.

Si al “Grafo 2” se le saca la arista “ED” entonces no tiene dos y solo dos vértices con grado impar ni son todos pares los grados de sus vértices (ver “Figura 3”), por lo tanto no tiene ni camino ni ciclo euleriano.

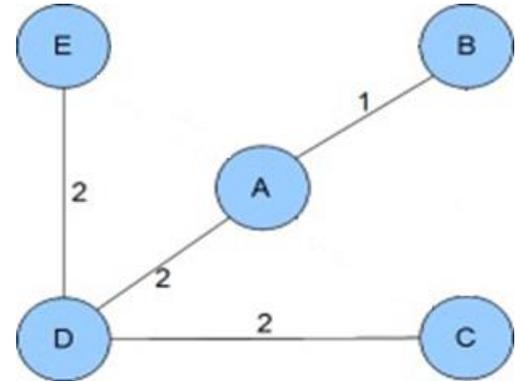
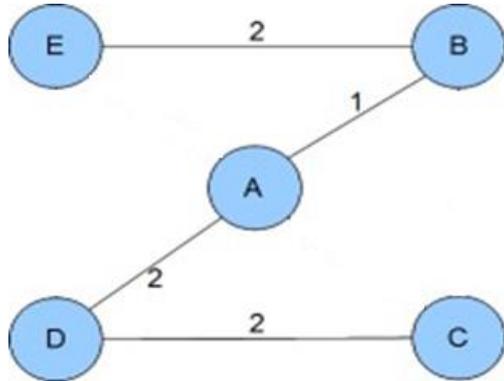
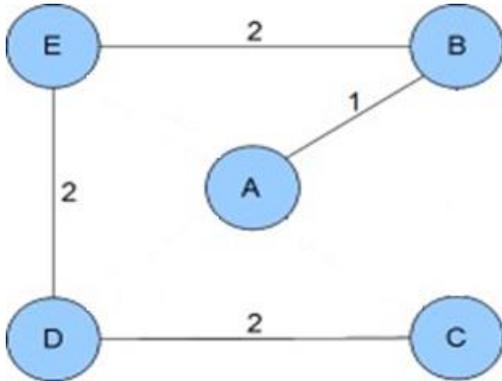
Ejercicio 4.a (respuestas)

Indicar en cada caso si las afirmaciones son verdaderas o falsas.

- i. El “Grafo 1” es imposible que tenga un ciclo o camino euleriano. **(V)**
- ii. El “Grafo 1” tiene un camino euleriano pero no un ciclo euleriano. **(F)**
- iii. El “Grafo 2” es imposible que tenga un ciclo o camino euleriano. **(F)**
- iv. El “Grafo 2” tiene un camino euleriano pero no un ciclo euleriano. **(V)**
- v. Si al “Grafo 1” se le saca la arista ED entonces tiene un ciclo euleriano. **(F)**
- vi. Si al “Grafo 1” se le saca la arista ED entonces tiene un camino euleriano. **(V)**

Ejercicio 4.b

Aplicando Kruskal y según la elección de aristas que se tomen (de las de peso igual a dos), se pueden obtener hasta tres distintos ARPM, todos con peso 7. Un grafo puede tener más de un ARPM, pero todos deben pesar lo mismo. Los ARPM del “Grafo 1” son:



Ejercicio 4.b (respuestas)

Indicar en cada caso si las afirmaciones son verdaderas o falsas.

- i. El “Grafo 1” tiene un ARPM con un peso igual a 7. **(V)**
- ii. El “Grafo 1” tiene más de un ARPM. **(V)**
- iii. El “Grafo 1” tiene más de un ARPM y todos pesan 7. **(V)**
- iv. El “Grafo 1” tiene un ARPM de peso 7 y otros ARPM de mayor peso. **(F)**