



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución 4.0



GRAFOS (V 2.0)

Prof. José Fager – Paysandú agosto de 2017

fic

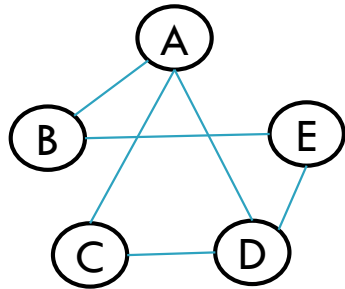
IPAD I

A horizontal decorative bar at the top of the slide, consisting of a red rectangular section on the left and a teal rectangular section on the right.

Definiciones básicas

Grafo, vértice y arista

- ▣ **Grafo:** Los grafos son conjuntos de elementos denominados “**vértices**” (o nodos) unidos entre si por “**aristas**”, los nodos pueden tener un contenido asociado (datos) o una etiqueta que los identifique.



Ejemplo

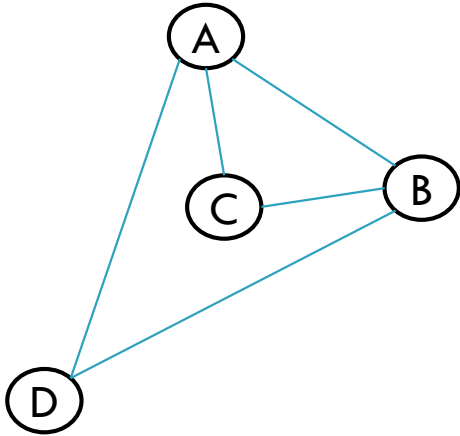
“A”, “B”, “C”, “D” y “E” son etiquetas que identifican los vértices.

Las líneas que unen los vértices son aristas.

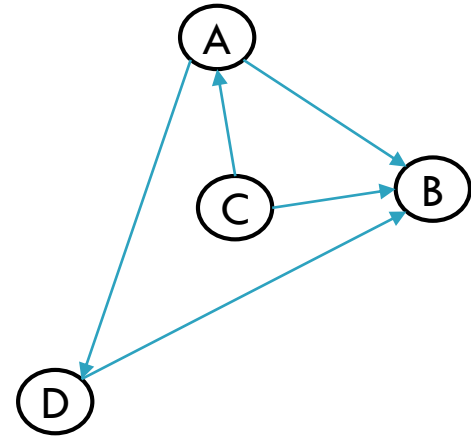
Grafos dirigidos y no dirigidos

- ▣ Las aristas también pueden estar “dirigidas” de manera de indicar cual puede ser el sentido del flujo en un grafo. En estos casos se dice que se está en un “grafo dirigido”.
- ▣ Si el sentido de las aristas no está especificado, el grafo es “no dirigido”.

Ejemplo de grafos dirigidos y no dirigidos



Ejemplo de un grafo no dirigido.

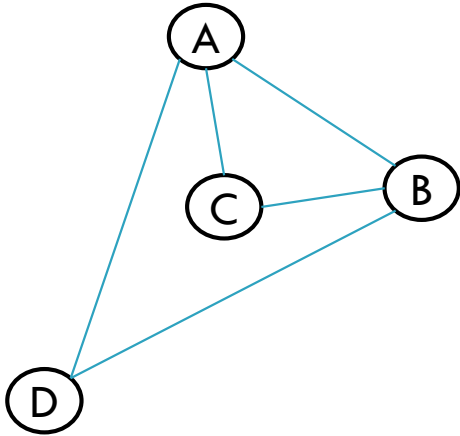


Ejemplo de un grafo dirigido

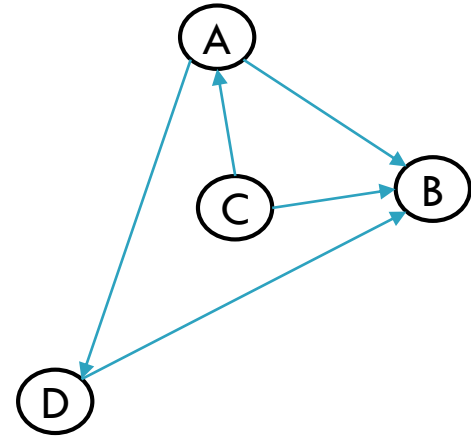
Grado de entrada de un vértice o nodo

- En un “**grafo dirigido**” la cantidad de aristas que se *dirigen a un vértice* se denomina “grado de entrada” del vértice.
- En un “**grafo no dirigido**” la cantidad de aristas que *confluyen en un vértice* se denomina “grado de entrada” del vértice.

Ejemplo de grado de entrada



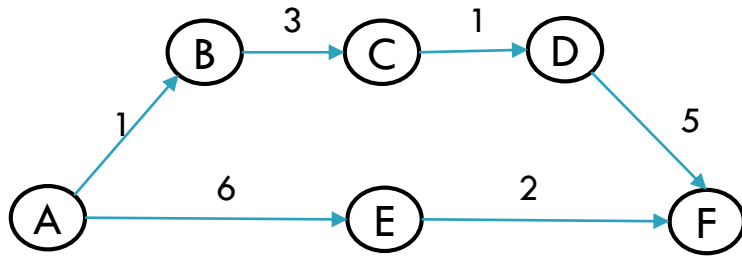
En este grafo no dirigido los grados de entrada de los vértices A, B, C y D son respectivamente 3, 3, 2 y 2.



En este grafo dirigido los grados de entrada de los vértices A, B, C y D son respectivamente 1, 3, 0 y 1.

Grafos ponderados y no ponderados

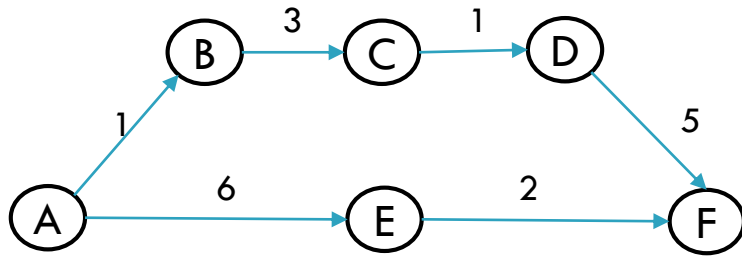
- Un grafo dirigido o no, es “ponderado” cuando sus aristas tienen un peso asociado, de lo contrario es “no ponderado”.



Arista	Peso
AB	1
BC	3
CD	1
DF	5
AE	6
EF	2

Peso de un grafo

- El peso de un grafo es el valor de la suma de todas sus aristas.



Ejemplo

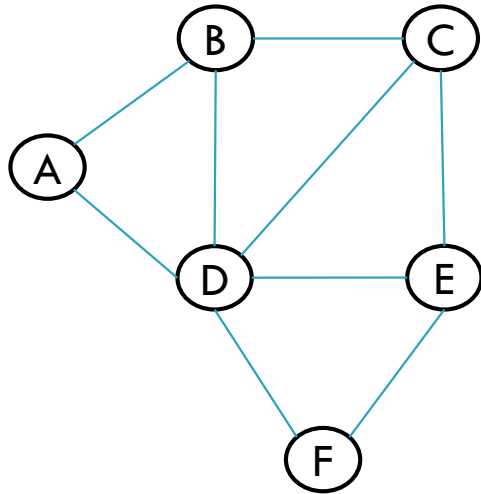
El peso del grafo de la figura es:

$$1+3+1+5+6+2 = 18$$

A horizontal bar at the top of the slide, divided into a red section on the left and a teal section on the right. The text "Ejemplos de grafos" is written in white on the teal section.

Ejemplos de grafos

Grafo no dirigido no ponderado



Vértices:

A, B, C, D, E, F

(Arista)

(A,B) o (B,A)

(A,D) o (D,A)

(B,C) o (C,B)

(B,D) o (D,B)

(C,D) o (D,C)

(C,E) o (E,C)

(D,E) o (E,D)

(D,F) o (F,D)

(E,F) o (F,E)

Grados de entrada

Vértice A: 2

Vértice B: 3

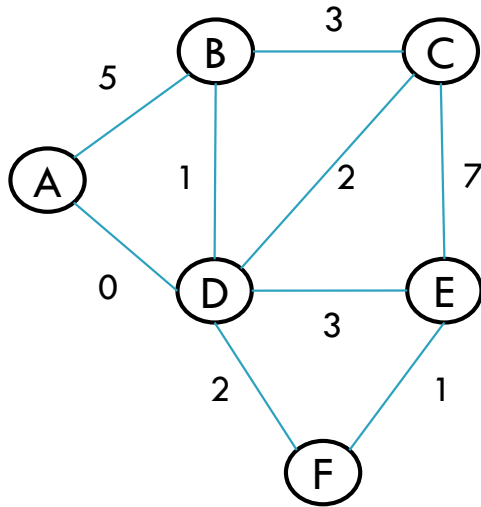
Vértice C: 3

Vértice D: 5

Vértice E: 3

Vértice F: 2

Grafo no dirigido ponderado



Vértices:

A, B, C, D, E, F

Peso del grafo:

$5+3+1+2+7+0+3+2+1= 24$

(Arista)[peso]

(A,B)[5] o (B,A)[5]

(A,D)[0] o (D,A)[0]

(B,C)[3] o (C,B)[3]

(B,D)[1] o (D,B)[1]

(C,D)[2] o (D,C)[2]

(C,E)[7] o (E,C)[7]

(D,E)[3] o (E,D)[3]

(D,F)[2] o (F,D)[2]

(E,F)[1] o (F,E)[1]

Grados de entrada

Vértice A: 2

Vértice B: 3

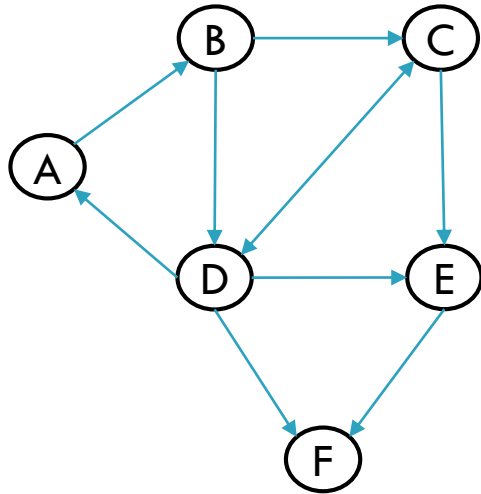
Vértice C: 3

Vértice D: 5

Vértice E: 3

Vértice F: 2

Grafo dirigido no ponderado



Vértices:

A, B, C, D, E, F

(Arista)

(A,B)

(D,A)

(B,C)

(B,D)

(C,D) o (D,C)

(C,E)

(D,E)

(D,F)

(E,F)

Grados de entrada

Vértice A: 1

Vértice B: 1

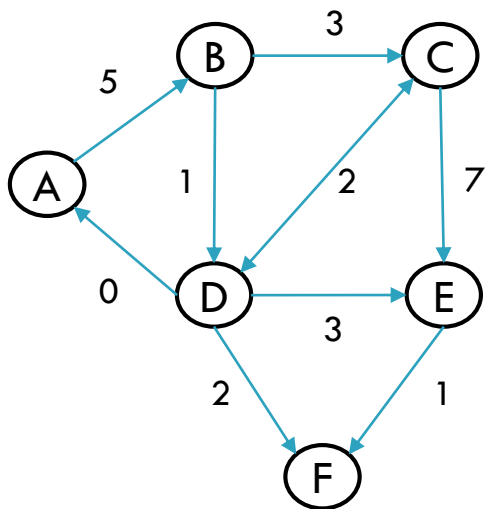
Vértice C: 2

Vértice D: 2

Vértice E: 2

Vértice F: 2

Grafo dirigido ponderado



Vértices:

A, B, C, D, E, F

Peso del grafo:

$5+3+1+2+7+0+3+2+1= 24$

(Arista)[peso]

(A,B)[5]

(D,A)[0]

(B,C)[3]

(B,D)[1]

(C,D)[2] o (D,C)[2]

(C,E)[7]

(D,E)[3]

(D,F)[2]

(E,F)[1]

Grados de entrada

Vértice A: 1

Vértice B: 1

Vértice C: 2

Vértice D: 2

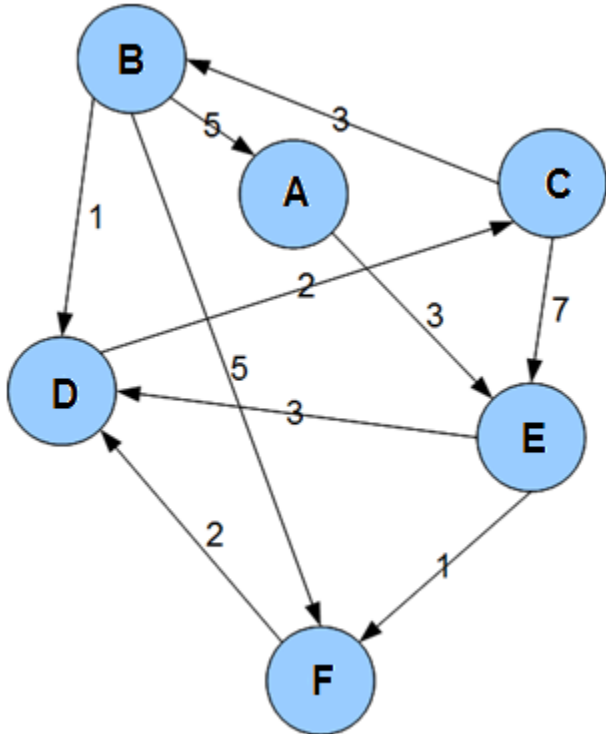
Vértice E: 2

Vértice F: 2

A horizontal bar at the top of the page, divided into a red section on the left and a teal section on the right.

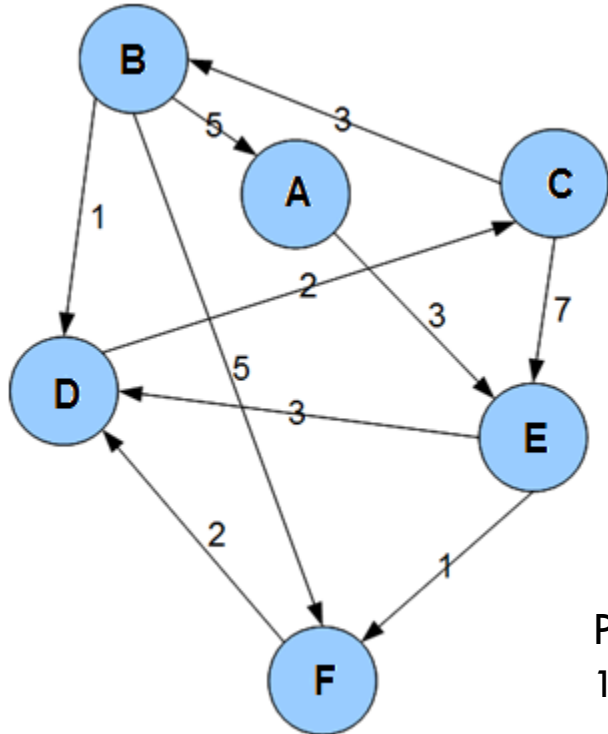
Actividad I

Problema



Del grafo de la figura indicar vértices, grados de entrada, aristas y peso del grafo.

Solución



Peso del grafo:

$$1+5+5+3+2+3+3+7+2+1= 32$$

Grados de entrada

Vértice A: 1

Vértice B: 1

Vértice C: 1

Vértice D: 3

Vértice E: 2

Vértice F: 2

Aristas:

(A,E)[3]

(B,A)[5]

(B,D)[1]

(B,F)[5]

(C,B)[3]

(C,E)[7]

(D,C)[2]

(E,D)[3]

(E,F)[1]

(F,D)[2]

A horizontal bar at the top of the page, divided into a red section on the left and a teal section on the right.

Camino y ciclo

Camino



- Un “camino” es la secuencias ordenada de vértices que une a un vértice llamado origen, con otro vértice llamado destino.
- En un grafo dirigido se debe tener en cuenta el sentido de las aristas.

Ejemplos de caminos

Ejemplos de caminos para ir de C a D

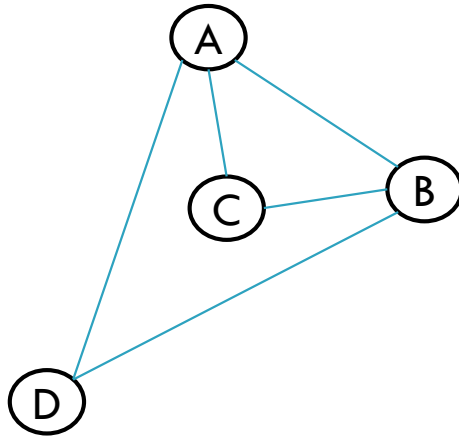
C, B, D

C, A, D

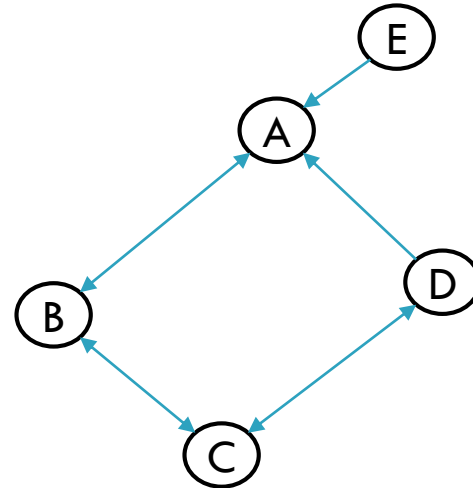
C, A, B, D

C, A, C, B, D

Grafo no dirigido



Grafo dirigido



Ejemplos de caminos para ir de C a D

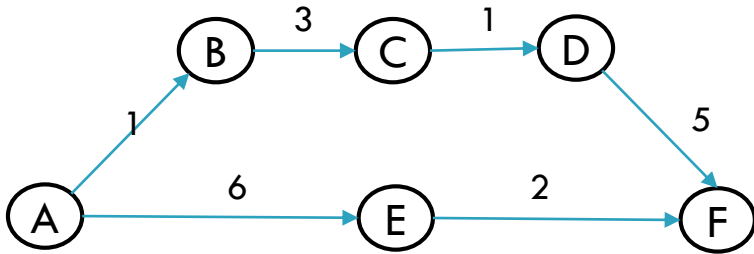
C, D

C, B, C, D

C, B, A, B, C, D

Peso de un camino

- En un grafo dirigido o no, pero ponderado, el “peso de un camino” es la suma de los pesos de todas las aristas que lo integran.

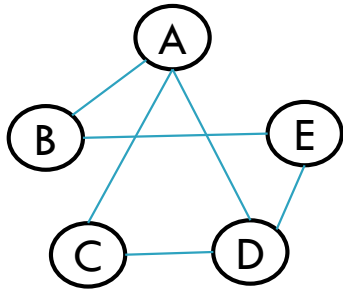


Ejemplo

Para el camino A, B, C, D; el peso es $1+3+1 = 5$

Ciclo

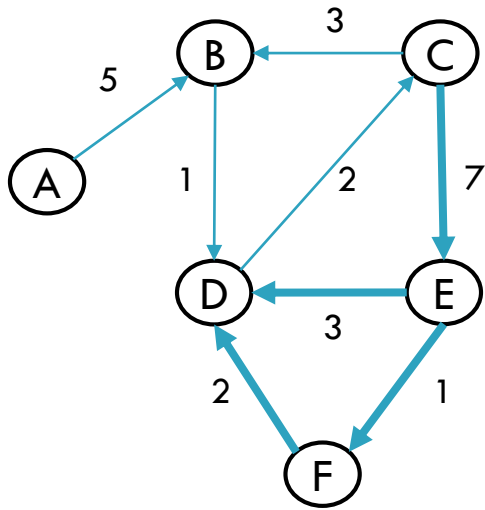
- Un “ciclo” es un camino que empieza y termina en el mismo vértice.



Ejemplo

A, B, E, D, A es un camino y un ciclo a la vez pues empieza y termina en el mismo vértices.

Ejemplos



Ejemplos de caminos para ir de C a D

$(C,E) - (E,D)$ peso = $7 + 3 = 10$

$(C,E) - (E,F) - (F,D)$ peso = $7 + 1 + 2 = 10$

Ejemplos de Ciclos

C, E, D, C

B, D, C, B

B, D, C, E, F, D, C, B

Camino simple y ciclo simple

- Un “camino simple” es la secuencias ordenada de 3 o más vértices, que unen a un vértice llamado origen con otro vértice llamado destino, pero sin repetir vértice.
- Un “ciclo simple” es un “ciclo” que únicamente repite el vértice inicial.(*)

(*). Esto es por empezar y termina en el mismo vértice.

A horizontal bar at the top of the slide, divided into a red section on the left and a teal section on the right.

Grafos conexos

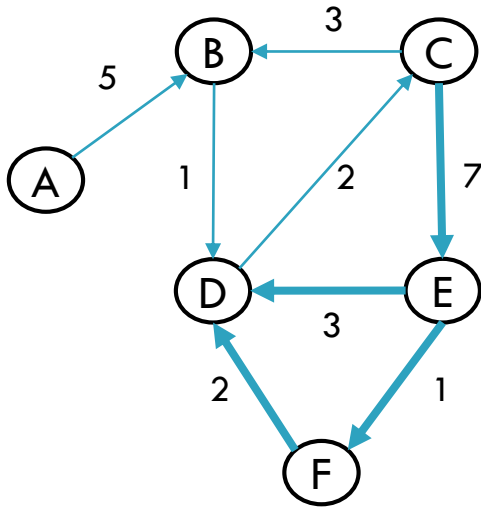
Grafo conexo y fuertemente conexo

- Un grafo dirigido o no, es “conexo” si para todo par de vértices existe por lo menos un camino que los une sin importar el sentido de sus aristas.
- Un grafo dirigido o no, es “fuertemente conexo” si para todo par de vértices existe por lo menos un camino que los une tomando en cuenta el sentido de sus aristas.

Enunciados

- Enunciado I: Si en un grafo existe un ciclo (sin importar el sentido de las aristas) que contiene a todos los vértices del grafo, entonces el grafo es conexo.
- Enunciado II: Si en un grafo dirigido existe un ciclo (importa el sentido de las aristas) que contiene a todos los vértices del grafo, entonces es fuertemente conexo.

Ejemplo



¿El grafo es conexo?

Si, pues para todo par de vértices existe un camino que los une si no se toma en cuenta el sentido de las aristas.

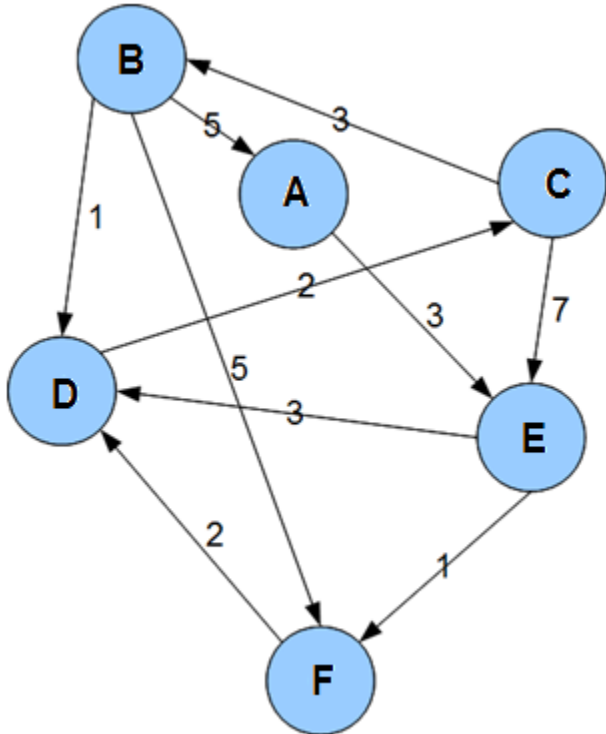
¿El grafo es fuertemente conexo?

No, pues por ejemplo no hay ningún camino que una al vértice B con el vértice A, ya que en este caso importa el sentido de las aristas.

A horizontal bar at the top of the page, divided into a red section on the left and a teal section on the right.

Actividad II

Problema

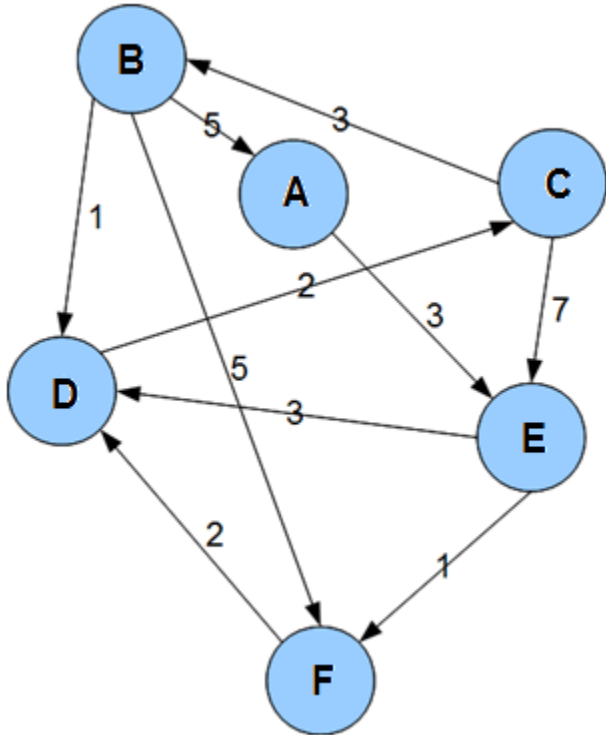


El grafo es conexo?

El grafo es fuertemente conexo?

Sugerencia: Buscar ciclos que permitan aplicar los enunciados I y II.

Solución



En este caso se busca un ciclo que permita aplicar los enunciados I o II.

El ciclo: A,E,F,D,C,B,A cumple el enunciado II, por lo tanto el grafo es fuertemente conexo y por ende también conexo.